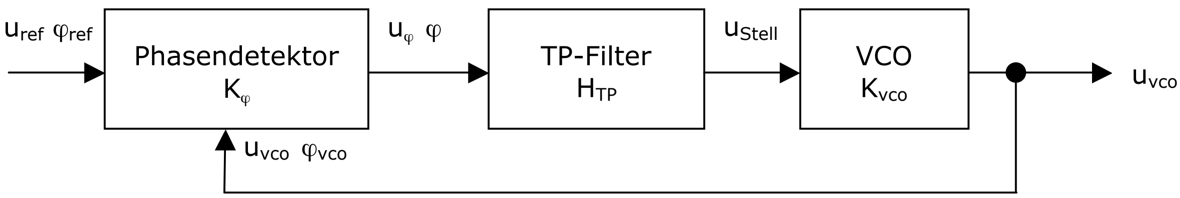
Phase-Locked-Loop (PLL)

Unter einer PLL bzw. einem Phasenregelkreis versteht man ein rückgekoppeltes System, mit dem es möglich ist, die Frequenz eines internen, steuerbaren Oszillators mit der Frequenz eines externen Referenzsignals zu synchronisieren. Die zum Nachführen benötigte Regelgröße wird durch Phasenvergleich von Referenz- und Oszillatorsignal gewonnen.

PLLs sind bei mehreren Herstellern als integrierter Schaltkreis erhältlich. Eine PLL enthält einen Phasendetektor, einen Tiefpass und einen spannungsgesteuerten Oszillator (engl. Voltage-Controlled Oscillator, VCO).

In der folgenden Abbildung ist der generelle Aufbau einer PLL dargestellt:



Im Phasendetektor werden die beiden Phasen des anliegenden Referenzsignals und der vom VCO erzeugten Ausgangsspannung miteinander verglichen. Anschließend wird das Ausgangssignal des Phasendetektors gefiltert, gegebenenfalls verstärkt, um als Stellspannung den VCO anzusteuern. Da die Stellspannung proportional zur Phasendifferenz ist, bewirkt die Regelung, dass die Frequenzdifferenz der beiden Spannungen gleich Null wird. Beim VCO sollte dazu ein möglichst linearer Zusammenhang zwischen Steuerspannung und Schwingfrequenz angestrebt werden.

Am Beispiel von den sinusförmigen Signalen u_{ref} und u_{vco} soll dieser Vorgang dargestellt werden, wobei φ die Phasendifferenz darstellt:

$$u_{\mathbf{ref}}(t) = U_{ref} \cdot \sin(\omega_{ref} \cdot t)$$
$$u_{vco}(t) = U_{vco} \cdot \sin(\omega_{vco} \cdot t + \varphi)$$

Lineare Phasendetektoren werden beispielsweise als Multiplizierer ausgeführt (siehe unten). Aus der Multiplikation von u_{ref} und u_{vco} erhält man also die Ausgangsspannung am Phasendetektor:

$$u_\varphi(t) = u_{ref}(t) \cdot u_{vco}(t) = K_M \cdot U_{ref} \cdot U_{vco} \cdot \sin(\omega_{ref} \cdot t) \cdot \sin(\omega_{vco} \cdot t + \varphi)$$

$$mit\ Additionstheorem: \quad \sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right]$$

$$u_\varphi(t) = \frac{1}{2} \cdot K_M \cdot U_{ref} \cdot U_{vco} \cdot \left[\cos((\omega_{ref} - \omega_{vco})t - \varphi) - \cos((\omega_{ref} + \omega_{vco})t + \varphi)\right]$$

$$mit\ K_\varphi = \frac{1}{2} \cdot K_M \cdot U_{ref} \cdot U_{vco}$$

$$u_\varphi(t) = K_\varphi \cdot \left[\cos((\omega_{ref} - \omega_{vco})t - \varphi) - \cos((\omega_{ref} + \omega_{vco})t + \varphi)\right]$$

Dieses Signal wird nun durch einen Tiefpass, meist ein Tiefpass erster Ordnung, gefiltert:

Solange die Frequenzen ω_{vco} und ω_{ref} weit auseinander liegen, fällt sowohl die Summen- als auch die Differenzfrequenz außerhalb des Durchlassbereichs (Haltebereich) des Tiefpassfilters und es entsteht keine Stellspannung am Eingang des VCO. Der VCO schwingt mit seiner Eigenfrequenz ω_0.

Nähern sich jedoch die beiden Frequenzen an, tritt die Differenzfrequenz irgendwann in den Durchlassbereich des Tiefpassfilters mit der Grenzfrequenz ω_g kleiner als $2*\omega_{ref}$ (Zieh- bzw. Fangbereich). Durch den Tiefpass wird dann nur die Frequenz ($\omega_{ref}+\omega_{vco}$) unterdrückt, so dass die Stellspannung für den VCO den folgenden Wert erhält:

$$u_{Stell}(t) = K_\varphi \cdot \cos((\omega_{ref} - \omega_{vco})t - \varphi) * H_{TP}(t)$$

$$\Rightarrow \quad u_{Stell}(t) = K_\varphi \cdot \cos((\omega_{ref} - \omega_{vco})t - \varphi + \varphi_{TP}(\omega_{ref} - \omega_{vco}) \cdot \left|H_{TP}(\omega_{ref} - \omega_{vco})\right|$$

Für den Fall, dass ω_{vco} und ω_{ref} gleich sind ergibt sich für die Ausgangsspannung des Phasendetektors eine Schwingung mit doppelter Frequenz, die von einer Gleichspannung überlagert wird.

$$u_\varphi(t) = K_\varphi \cdot \left[\cos(\varphi) - \cos((2 \cdot \omega_{ref})t + \varphi)\right]$$

Die Wechselspannung des Ausgangsignals wird wie bereits beschrieben durch den Tiefpassfilter herausgefiltert, so dass am Ausgang des Tiefpasses eine zur Phasenverschiebung proportionale Gleichspannung entsteht. Der Tiefpass liefert somit eine Ausgangsspannung, die von der Phasenverschiebung zwischen der Referenzspannung und der Oszillatorspannung bestimmt wird. Die PLL ist eingerastet, d.h. die Oszillatorfrequenz ω_{vco} folgt der Frequenz des Referenzsignals ω_{ref}:

$$u_{Stell}(t) = K_\varphi \cdot \cos(\varphi) * H_{TP}(t)$$

$$u_{Stell}(t) \approx K_\varphi \cdot \varphi(t)$$

Bei der Ausgangsspannung des folgenden VCO interessiert weniger der tatsächliche Spannungswert als vielmehr die Frequenz ω_{vco}. Das Verhalten des VCO wird im Allgemeinen im Bereich +/- $\pi/4$ als linear angesehen. Es gilt:

$$\omega_{vco}(t) = \omega_0 + K_{vco} \cdot u_{Stell}(t)$$

$$\Rightarrow \quad u_{Stell}(t) = \frac{\omega_{vco}(t) - \omega_0}{K_{vco}} = K_\varphi \cdot \cos(\varphi) * H_{TP}(t)$$

Aus dieser Gleichung lässt sich berechnen, über welchen Frequenzbereich hinweg die PLL der Referenzfrequenz folgen kann. Die maximale Abweichung von der Freilauffrequenz ω_0 des VCO wird bei $\cos(\varphi)$ gleich 1 erreicht, woraus folgt:

$$\Delta\omega_{\max} = \omega_{vco} - \omega_0 = K_\varphi \cdot K_{vco} * H_{TP}(t)$$

$$mit\ \omega_{vco} = \omega_{ref}: \qquad \Delta\omega_{\max} = \omega_{ref} - \omega_0 = K_\varphi \cdot K_{vco} \cdot \left|H_{TP}(0)\right|$$

Diese Größe wird als Haltebereich (Hold Range) der PLL bezeichnet. Unter Haltebereich versteht man die maximale Differenz zwischen der Oszillatorfrequenz ω_{vco} bzw. der Referenzfrequenz ω_{ref} und der Freilauffrequenz ω_0 des VCO, für die überhaupt noch ein stabiler synchroner Betrieb möglich ist. Der Haltebereich ist von der Bandbreite des Tiefpasses unabhängig. Er hängt von der Amplitude der Fehlerspannung bzw. der Verstärkungsfaktoren der einzelnen Bestandteile der PLL ab.

Bei der Betrachtung der PLL sind weitere folgende Kenngrößen wichtig:

Unter dem Fangbereich (Lock Range) versteht man die maximale Frequenzdifferenz zwischen der Referenzfrequenz ω_{ref} und der Freilauffrequenz ω_0 des VCO, bei der die PLL gerade noch innerhalb einer Periode des Regelkreises einrastet bzw. synchronisiert. Dieser Fangbereich wird mit wachsender Bandbreite des Tiefpassfilters größer. Der Ziehbereich (Pull-in Range) ist die maximal zulässige Frequenzdifferenz bei der die PLL überhaupt noch einrasten kann. Der Ziehvorgang benötigt in der Regel viele Perioden. Der Ausrastbereich (Pull-out Range) ist durch den maximalen Frequenzsprung gegeben, der am Eingang der PLL erfolgen darf, ohne dass die PLL ausrastet.

Eine PLL benutzt als Regelgröße zum Nachführen nicht die Frequenzen sondern die Phasen von Referenz- und Oszillatorspannung. Für die Entwicklung der Übertragungsfunktion einer PLL wird also das Verhalten der Phasen betrachtet:

$$H_{PLL}(s) = \frac{\varphi_{vco}}{\varphi_{ref}} = ?$$

Die Phase lässt sich über die Integration der Frequenz bestimmen:

$$\omega_{vco}(t) = \omega_0 + \Delta\omega = \omega_0 + K_{vco} \cdot u_{Stell}(t)$$

$$\Rightarrow \quad \varphi_{vco}(t) = \int \Delta\omega \cdot dt = K_{vco} \cdot \int u_{Stell}(t) \cdot dt$$

Die Integration über die Zeit wird in der Laplace-Transformation durch die Division mit s ausgedrückt. Daraus folgt:

$$\varphi_{vco}(s) = \frac{\Delta\omega}{s} = \frac{K_{vco} \cdot u_{Stell}(s)}{s}$$

$$mit \;\; u_{Stell}(s) = K_{\varphi} \cdot H_{TP}(s) \quad \Rightarrow \quad \varphi_{vco}(s) = \frac{K_{vco} \cdot K_{\varphi} \cdot H_{TP}(s)}{s}$$

Daraus folgt die Übertragungsfunktion einer PLL:

$$H_{PLL}(s) = \frac{\varphi_{vco}}{\varphi_{ref}} = \frac{K_{\varphi} \cdot H_{TP}(s) \cdot K_{vco}}{(s + K_{\varphi} \cdot H_{TP}(s) \cdot K_{vco})}$$

Das Verhalten der PLL hängt also entscheidend von der Art und Dimensionierungdes Tiefpasses ab. Bei einem Tiepass erster Ordnung ist die PLL ein System 2. Ordnung. Der Tiefpassfilter hat eine Polstelle und der VCO hat eine Polstelle bei s gleich Null, so dass die ganze PLL zwei Polstellen hat. Generell ist die Ordnung der PLL damit immer um eine höher als die des verwendeten Filters. PLLs mit höherer Ordnung sind weniger stabil, bieten aber den Vorteil einer höheren Rauschunterdrückung.